

PROBLEMAS DE TOPOLOGÍA

1. Expresar en forma de intervalos abiertos y cerrados, los conjuntos definidos así:

a)  $\{x / |x - 3| < 1\}$

b)  $\{x / |x - 3| \leq 1\}$

c)  $\{x / |x - a| < \epsilon\}$

d)  $\{x^2 - 1 < 1/2\}$

e)  $\left\{x / \frac{1}{1+x^2} \geq \frac{1}{5}\right\}$

2. Calcular el extremo superior, extremo inferior, máximo y mínimo de los conjuntos:

a)  $\left\{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$

b)  $\left\{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0\right\}$

c)  $\{x / 0 \leq x \leq \sqrt{2}, x \in \mathbb{Q}\}$

d)  $\{x / x^2 + x + 1 \geq 0\}$

e)  $\{x / x^2 + x - 1 < 0\}$

f)  $\left\{\frac{1}{n} + (-1)^n, n \in \mathbb{N}\right\}$

3. Decir si las siguientes funciones están acotadas. Calcular su máximo y su mínimo.

a)  $f(x) = x^2$  en  $(-1, 1)$

b)  $g(x) = x^3$  en  $(-1, 1)$

c)  $h(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 3 \\ 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$  en  $[-4, 4]$

d)  $q(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in \mathbb{Q} \\ 0 & \text{si } x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$  en  $[0, 1]$